Questions relatives au cours
(6 points, 30 minutes)
22/04/2016

Pour les QCM, merci d'**entourer** la bonne réponse et de lire **soigneusement** l'énoncé.
Il n'y a pas de point négatif, donc n'hésitez pas à répondre à toutes les questions !

NOM, Prénom, Signature : ______________________

Exercice 1

A propos des preuves des résultats théoriques ...

$\boxed{V}$ $\boxed{F}$ la preuve de la consistance du subsampling est basée sur des résultats de convergence dans des tableaux triangulaires ;

$\boxed{V}$ $\boxed{F}$ les résultats de consistance pour le subsampling sont valables non-asymptotiquement (c'est-à-dire, à n fixé) ;

$\boxed{V}$ $\boxed{F}$ un test par randomisation utilise une propriété d'invariance de la loi de la statistique de test sous l'hypothèse alternative ;

$\boxed{V}$ $\boxed{F}$ il est impossible de construire une procédure de test avec une technique de bootstrap.

Exercice 2

Soit $\mathcal{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$ un échantillon i.i.d. avec X_1 de loi P et de fonction de répartition F. On considère le problème de l'estimation de $\theta(P) = F^{-1}(1/4)$.

1. Proposer un estimateur $\hat{\theta}_n$ de θ.

On pose à présent $L_n(P) = \mathcal{L}(n^{1/2}(\hat{\theta}_n - \theta))$.

2. Donner la forme détaillée de l'approximation $L_n(\hat{P}_n)$ (par bootstrap) de $L_n(P)$.

3. Donner la forme détaillée de l'approximation $L_{n,b}(\hat{P}_n)$ (par subsampling) de $L_n(P)$.

Exercice 3

Lorsque l'on approche une loi $L_n(P)$ par bootstrap $L_n(\hat{P}_n)$ ou subsampling $L_{n,b}(\hat{P}_n)$ ...

- $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ l'approximation $L_n(\hat{P}_n)$ dépend de l'échantillon de départ ;
- $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ le support de la loi $L_{n,b}(\hat{P}_n)$ est toujours $\mathbb{R}$;
- $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ le bootstrap est consistant dans davantage de cas que le subsampling ;
- $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ Le choix $b = n - 1$ dans $L_{n,b}(\hat{P}_n)$ est toujours judicieux.

Exercice 4

Soit $m \geq 2$. Soit $T_1(\mathcal{X}_n), \ldots, T_m(\mathcal{X}_n)$ m statistiques de test pour tester m hypothèses nulles $H_{0,1}, \ldots, H_{0,m}$. On suppose que pour tout $1 \leq j \leq m$ et $\alpha \in]0, 1[$,

$$\mathbb{P}(T_j(\mathcal{X}_n) > c(\alpha)) \leq \alpha \text{ lorsque } H_{0,j} \text{ est vraie,}$$

pour une certaine fonction $c(\alpha)$. Soit $\alpha \in]0, 1[$, montrer que le seuillage de Bonferroni associé contrôle le FWER au niveau α.